



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پیش آزمون شماره ۲
دی ماه ۱۴۰۳

یازدهم
ریاضی

پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستار
۱	حسابان	ابوالفضل فروغی	ایمان اردستانی - ابوالفضل فروغی	مهديار شريف - محمد منتظران
۲	هندسه	حسین سعیدی	پدرام پاسبانی - حسین سعیدی	داریوش امیری - مهديار شريف
۳	آمار و احتمال	محمد رضا میبیدی	مصطفی دیداری - مهدی سلمانی	محمد حسین جمالی - ابوالفضل فروغی
۴	فیزیک	رضا خالو	محمد رضا خادمی - رضا خالو - امیرعلی میری	محمد رضا خادمی - مهديار شريف
۵	شیمی	بهزاد امامی پور	بهزاد امامی پور - محبوبه بیک محمدی	محمد داودآبادی - کارو محمدی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمس - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11



حسابان

۱. گزینه ۴ صحیح است.

یادآوری: اگر a_1 جمله اول و d قدرنسبت یک دنباله حسابی باشد آنگاه مجموع n جمله اول آن برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

یادآوری: اگر a_1 جمله اول و q قدرنسبت یک دنباله هندسی باشند آنگاه مجموع n جمله اول آن برابر است با:

$$S_n = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{4} \\ q = 2 \end{cases} \Rightarrow S_{10} = \frac{\frac{1}{4}(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{1023}{4}$$

$$2, 6, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 4 \end{cases} \Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [2(2) + (n-1)4] = \frac{n}{2} (4 + 4n - 4) = 2n^2$$

پس داریم:

$$2n^2 > \frac{1023}{4} \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n^2 > \frac{1023}{8} \approx 127.875 \Rightarrow n^2 \geq 144$$

$$n \geq 12$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۳ و ۵)

۲. گزینه ۴ صحیح است.

یادآوری: اگر α و β جواب های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} \end{cases}$$

یادآوری: اگر مجموع دو عدد S و حاصل ضرب آنها P باشد، این دو عدد جواب های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند. α و β ریشه های معادله داده شده هستند، بنابراین:

$$x(x-4) = -1 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 4x - 1$$

$$\begin{aligned} \beta, \alpha \text{ ریشه ها} \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 = 4\alpha - 1 \Rightarrow \alpha^3 = 4\alpha^2 - \alpha \\ \beta^2 = 4\beta - 1 \Rightarrow \beta^3 = 4\beta^2 - \beta \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha^3 + \alpha = 4\alpha^2 \Rightarrow \sqrt{\alpha^3 + \alpha} = 2|\alpha| \\ \beta^3 + \beta = 4\beta^2 \Rightarrow \sqrt{\beta^3 + \beta} = 2|\beta| \end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 4 \\ P = \alpha \cdot \beta = 1 \end{cases}$$

$$S, P > 0 \Rightarrow \alpha, \beta > 0 \Rightarrow |\alpha| = \alpha, |\beta| = \beta$$

بنابراین می خواهیم معادله ای با ریشه های زیر بنویسیم:

$$x_1 = \frac{2\beta}{\sqrt{\alpha^3 + \alpha}} = \frac{2\beta}{2\alpha} = \frac{\beta}{\alpha}, x_2 = \frac{2\alpha}{\sqrt{\beta^3 + \beta}} = \frac{2\alpha}{2\beta} = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\begin{aligned} S' = x_1 + x_2 &= \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{16 - 2}{1} = 14 \end{aligned}$$

$$P' = x_1 \cdot x_2 = \frac{\beta}{\alpha} \times \frac{\alpha}{\beta} = 1$$

$$\text{معادله جدید: } x^2 - 14x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 14x$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۸ و ۹)

۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$x_S = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{4\alpha - \alpha}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow 3\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$$

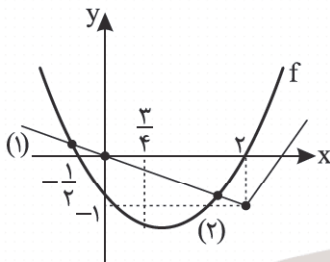
پس $x = -\frac{1}{4}$ و $x = 2$ صفرهای سهمی و نقطه $(0, -1)$ روی آن است.

$$2f(x) - |x - 2| + 2 = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{|x - 2| - 2}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} |x - 2| - 1$$

پس کافی است نمودار سهمی داده شده را با نمودار تابع

$$y = \frac{1}{2} |x - 2| - 1 \text{ قطع بدهیم.}$$



پس تعداد ریشه ها برابر ۲ است.

(حسابان یازدهم، صفحه های ۱۱ و ۱۴)

۴. گزینه ۲ صحیح است.

با تجزیه مخرج کسر ها معادله را حل می کنیم:

$$\left[\frac{x}{(x-1)(x-2)} - \frac{x+a}{(x-1)(x+1)} = \frac{2a}{(x+1)(x-2)} \right]$$

$$\times (x-1)(x-2)(x+1)$$

$$\Rightarrow x(x+1) - (x+a)(x-2) = 2a(x-1)$$

$$\Rightarrow x^2 + x - x^2 - 2x - ax + 2a = 2ax - 2a$$

$$\Rightarrow 3x - ax + 2a = 2ax - 2a \Rightarrow 3ax - 3x = 4a$$

$$\Rightarrow x(3a - 3) = 4a \Rightarrow x = \frac{4a}{3a - 3}$$

می دانیم در یک معادله گویا مخرج کسر ها باید مخالف صفر باشد، در غیر این صورت جواب به دست آمده قابل قبول نیست. برای اینکه معادله جواب نداشته باشد باید یکی از چهار حالت زیر رخ دهد:

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow \frac{4a}{3a-3} = 1 \Rightarrow 4a = 3a - 3 \Rightarrow a = -3 \\ x = 2 \Rightarrow \frac{4a}{3a-3} = 2 \Rightarrow 4a = 6a - 6 \Rightarrow a = 3 \\ x = 3 \Rightarrow \frac{4a}{3a-3} = -1 \Rightarrow 4a = -3a + 3 \Rightarrow a = \frac{3}{7} \end{cases}$$

$$\text{غیر قابل قبول باشد} \Rightarrow 3a - 3 = 0 \Rightarrow a = 1$$

پس مجموع مقادیر ممکن برای a برابر است با:

$$-3 + 3 + \frac{3}{7} + 1 = \frac{10}{7}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۸)

۵. گزینه ۲ صحیح است.

نکته:

$$|ab| = |a| |b|, |u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases}$$

معادله را ساده می کنیم:

$$|x^3 + 8| = (x^3 - 2x + 4) |x^2 + 2x|$$

$$\Rightarrow |(x+2)(x^2 - 2x + 4)| = (x^3 - 2x + 4) |x(x+2)|$$

$$\Rightarrow |x+2| |x^2 - 2x + 4| = (x^3 - 2x + 4) |x| |x+2|$$





۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$m_{AB} = \frac{-3-1}{2-(-4)} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow m_{\text{عمودمنصف}} = \frac{3}{2}$$

$$AB \text{ وسط } \begin{cases} x_M = \frac{-4+2}{2} = -1 \\ y_M = \frac{1+(-3)}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow y - (-1) = \frac{3}{2}(x - (-1))$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۶)

۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 2x} = \frac{x(x-4)}{x(x+2)} = \frac{x-4}{x+2}$$

$$= \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = x-2, x \neq 0, x \neq -2$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{0, -2\} \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{0-2, -2-2\} = \mathbb{R} - \{-2, -4\}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۴۵)

۱۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$(x+3)^2(x-2) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x+3=0 \Rightarrow x=-3 \\ \text{یا} \\ x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \end{cases}$$

$$5-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5$$

$$D_f = [2, 5] \cup \{-3\}$$

$$\text{مقادیر صحیح} = \{2, 3, 4, 5, -3\} = A$$

$$n(A) = 5$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۴۷)

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$1) x=1 \Rightarrow 1+y^2=5 \Rightarrow y^2=4 \Rightarrow y=\pm 2 \quad \times$$

$$2) x=2 \Rightarrow 16-|y|=4 \Rightarrow |y|=12 \Rightarrow y=\pm 12 \quad \times$$

$$4) x=0 \Rightarrow 3y^2=6 \Rightarrow y^2=2 \Rightarrow y=\pm\sqrt{2} \quad \times$$

پس گزینه ۳، یک تابع است.

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \Rightarrow \sqrt{y} = 1 - \sqrt{x} \Rightarrow y = (1 - \sqrt{x})^2, 0 \leq x \leq 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۴۹)

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

یادآوری: دو تابع f و g برابرند هرگاه:

$$1) D_f = D_g$$

$$2) f(x) = g(x)$$

دامنه تابع f برابر $\mathbb{R} - \{1\}$ است پس $D_g = \mathbb{R} - \{1\}$ و $x=1$ ریشه

مضاعف مخرج کسر g است.

$$x^2 + ax + b = (x-1)^2 \Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$$

با توجه به اینکه عبارت $x^2 - 2x + 4$ همواره مثبت است ($a > 0, \Delta < 0$) بنابراین $|x^2 - 2x + 4| = x^2 - 2x + 4$ و می توان این عبارت را از طرفین معادله ساده کرد:

$$|x+2| = |x| \Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ |x|=1 \Rightarrow x=\pm 1 \end{cases}$$

پس $\alpha = -2$ و $\beta = 1$ کوچک ترین و بزرگ ترین جواب های معادله هستند و $3\alpha - 5\beta = -11$.

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۵)

۶. گزینه ۳ صحیح است.

روش اول:

می دانیم در لوزی قطر ها عمود منصف هم هستند، پس رأس دیگری از لوزی روی عمود منصف AC است. پس معادله عمود منصف AC را به دست می آوریم:

$$A(1, -3) \Rightarrow \begin{cases} m_{AC} = \frac{y+3}{-5-1} = -\frac{5}{6} \Rightarrow \text{شیب عمود منصف} = \frac{3}{5} \\ \text{وسط } M(\frac{1-5}{2}, \frac{-3+7}{2}) = (-2, 2) \end{cases}$$

$$\text{معادله عمود منصف: } y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = \frac{3}{5}(x + 2)$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{5}x + \frac{16}{5}$$

از طرفی این رأس روی خط $y = 2x - 1$ است. پس محل برخورد این خط و عمود منصف مختصات رأس لوزی است:

$$\begin{cases} y = \frac{3}{5}x + \frac{16}{5} \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{5}x + \frac{16}{5} = 2x - 1$$

$$\Rightarrow 3x + 16 = 10x - 5 \Rightarrow x = 3, y = 5$$

پس نقطه $B(3, 5)$ یا $D(3, 5)$ رأس دیگر لوزی است. فاصله نقطه $B(3, 5)$ تا رأس $A(1, -3)$ یا $C(-5, 7)$ طول ضلع لوزی است. بنابراین:

$$AB = \sqrt{(1-3)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{4+64} = \sqrt{68}$$

$$\Rightarrow \text{محیط لوزی} = 4AB = 4\sqrt{68} = 8\sqrt{17}$$

روش دوم:

فرض کنیم نقطه $M(x, y)$ روی خط $y = 2x - 1$ رأس دیگر باشد، پس فاصله $M(x, 2x-1)$ از نقاط A و C برابر است:

$$AM = CM \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (2x-1+3)^2} = \sqrt{(x+5)^2 + (2x-1-7)^2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 4x^2 + 8x + 4 = x^2 + 10x + 25 + 4x^2 - 32x + 64$$

$$\Rightarrow 6x + 5 = -22x + 89$$

$$\Rightarrow x = 3 \Rightarrow AM = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \text{محیط لوزی} = 8\sqrt{17}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۳۰ و ۳۲)

۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$\sqrt{3+a} - \sqrt{6-5} = a \Rightarrow \sqrt{3+a} = a+1$$

$$\xrightarrow{a+1 \geq 0} 3+a = a^2 + 2a + 1 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \quad \checkmark \\ a = -2 \quad \text{غقق} \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۱)



حالت دوم: معادله $x^2 - mx - m = 0$ ریشه مضاعف $x = 1$ داشته باشد:

غیرممکن است $x^2 - mx - m = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x^2 - mx - m = (x-1)^2$
 m باید همزمان برابر ۲ یا -۱ باشد که غیرممکن است.

بنابراین به ازای -۱، -۲، -۳ $m = -3$ ، دامنه تابع به صورت $\mathbb{R} - \{a\}$ است.

(حسابان یازدهم، صفحه های ۱۳ و ۴۴)

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \neq \pm 3 \mid \frac{1}{9-x^2} \neq -\frac{1}{2}\}$$

$$\frac{1}{9-x^2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 9-x^2 = -2$$

$$\Rightarrow x^2 = 11 \Rightarrow x = \pm\sqrt{11}$$

$$D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \{-3, +3, -\sqrt{11}, \sqrt{11}\}$$

$$\text{حاصل ضرب} = (-3)(3)(-\sqrt{11})(\sqrt{11}) = 99$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۸)

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$x = f^{-1}(1) \Rightarrow f(f^{-1}(1)) = f^{-1}(1) + 2f^{-1}(1) + 7$$

$$1 = 3f^{-1}(1) + 7 \Rightarrow 3f^{-1}(1) = -6 \Rightarrow f^{-1}(1) = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = -2 + 2x + 7 \Rightarrow f(x) = 2x + 5 \Rightarrow f(2) = 9$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

۱۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$g(f(x)) = \frac{\Delta x + 1}{x - 2}$$

$$\Rightarrow g(2x+1) = \frac{\Delta x + 1}{x - 2} \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{\Delta} \rightarrow g(-\frac{1}{\Delta} + 1) = 0 \\ g^{-1}(0) = a \Leftrightarrow g(a) = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow g(\frac{3}{\Delta}) = 0 \Rightarrow g^{-1}(0) = \frac{3}{\Delta}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا ضابطه سهمی $f - g$ را به دست می آوریم:

$$S(1, 0) \xrightarrow{y=a(x-x_s)^2+y_s} y = a(x-1)^2$$

$$\xrightarrow{(0, 2)} 2 = a(0-1)^2 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow (f-g)(x) = 2(x-1)^2 = 2x^2 - 4x + 2$$

حال ضابطه خط $f + g$ را به دست می آوریم:

$$(-\frac{1}{2}, 0) \Rightarrow m = \frac{2-0}{0-\frac{1}{2}} = -4 \xrightarrow{(0, 2)} (f+g)(x) = 4x + 2$$

حال داریم:

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{x \mid g(x) = 0\}$$

پس فقط کافی است صفرهای $g(x)$ را بیابیم.

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = 2x^2 - 4x + 2$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 4x + 2$$

$$\xrightarrow{(-)} -2g(x) = 2x^2 - 4x \Rightarrow g(x) = -x^2 + 4x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, x = 4$$

باید ضابطه دو تابع نیز برابر باشد، پس صورت کسر تابع g به صورت $(x+3)(x-1)$ است. زیرا:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{x+3}{x-1} = \frac{x^2+cx+d}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow x^2+cx+d = (x-1)(x+3)$$

$$\Rightarrow x^2+cx+d = x^2+2x-3 \Rightarrow \begin{cases} c=2 \\ d=-3 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\frac{a+d}{c-b} = \frac{-2-3}{2-1} = -5 \Rightarrow f(-5) = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۴۱)

۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

برای نوشتن تابع از مجموعه A به مجموعه B باید مؤلفه اول از مجموعه A به مؤلفه دوم از مجموعه B نسبت داده شود.

$f(3) = 7$ یا $f(3) = 6$ است پس برای $x = 3$ دو انتخاب از مجموعه B وجود دارد.

از طرفی $f(4)$ می تواند هر کدام از اعداد مجموعه B باشد پس برای $x = 4$ انتخاب از B داریم.

برای اینکه $f(1) + f(2) > 12$ باشد دو حالت امکان پذیر است:

$$f(1) = 6, f(2) = 7 \text{ یا } f(1) = 7, f(2) = 6$$

$$\text{تابع} = \frac{\text{عدد ۱}}{\text{اعداد ۶ یا ۷}} \times \frac{\text{عدد ۲}}{\text{اعداد ۶ یا ۷}} \times \frac{\text{عدد ۳}}{\text{اعداد ۶ یا ۷}} \times \frac{\text{عدد ۴}}{\text{اعداد ۶ یا ۷}} = 16$$

حالت دوم: $f(1) = f(2) = 7$

$$\text{تابع} = \frac{\text{عدد ۱}}{\text{اعداد ۶ یا ۷}} \times \frac{\text{عدد ۲}}{\text{اعداد ۶ یا ۷}} \times \frac{\text{عدد ۳}}{\text{اعداد ۶ یا ۷}} \times \frac{\text{عدد ۴}}{\text{اعداد ۶ یا ۷}} = 8$$

پس در مجموع ۲۴ تابع با این شرایط می توان نوشت.

(حسابان یازدهم، صفحه ۴۲)

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

می دانیم دامنه تابع گویا به صورت $\mathbb{R} - \{\text{ریشه های مخرج}\}$ است. پس

$$\text{معادله } x^3 - (m+1)x^2 + m = 0 \text{ فقط یک جواب دارد.}$$

چون مجموع ضرایب معادله صفر است، پس $x = 1$ جواب معادله است:

با تقسیم چندجمله ای $x^3 - (m+1)x^2 + m$ بر عامل $x-1$ عامل دیگر را به دست می آوریم:

$$\begin{array}{r} x^3 - (m+1)x^2 + m \mid x-1 \\ \underline{x^3 - mx^2 - mx - m} \end{array}$$

$$\underline{-(x^3 - x^2)}$$

$$-mx^2 + m$$

$$\underline{-(-mx^2 + mx)}$$

$$-mx + m$$

$$\underline{-(-mx + m)}$$

صفر

$$\Rightarrow x^3 - (m+1)x^2 + m = (x-1)(x^2 - mx - m)$$

بنابراین دو حالت زیر می تواند رخ دهد:

حالت اول: معادله $x^2 - mx - m = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد:

$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4(1)(-m) < 0 \Rightarrow m^2 + 4m < 0$$

$$\xrightarrow{m=0, -4} \frac{m}{\Delta} \mid \frac{-4}{+0-0} \Rightarrow -4 < m < 0$$



بنابراین:

$$D \frac{f}{g} = \mathbb{R} - \{0, 4\}$$

پس دو عدد $0, 4$ در دامنه $\frac{f}{g}$ نیستند و مجموع آنها برابر ۴ است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۶)

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

نکته:

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow [x] = x$$

می دانیم $[x]$ و $[2x]$ دو عدد صحیح هستند. پس مجموع آنها نیز عددی صحیح است.

پس سمت راست معادله باید عددی صحیح باشد:

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{x}{2} + 10 = k \Rightarrow \frac{x}{2} = k - 10 \Rightarrow x = 2k - 20$$

پس x عدد صحیح و زوج است. بنابراین:

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} [x] = x \\ [2x] = 2x \end{cases} \Rightarrow x + 2x = \frac{x}{2} + 10$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}x = 10 \Rightarrow x = 4 \quad \checkmark$$

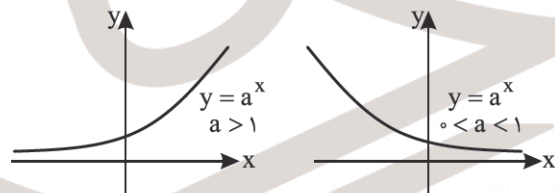
اکنون مقدار خواسته شده را به دست می آوریم:

$$x = 4 \Rightarrow \left[-\frac{2x+5}{3}\right] = \left[-\frac{13}{3}\right] = -5$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۱)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم نمودار تابع $y = a^x$ به یکی از دو صورت زیر است:



با توجه به شکل نمودار دو تابع f و g افزایشی هستند، بنابراین:

$$f(x) = \left(\frac{5}{12-m}\right)^{-x} = \left(\frac{12-m}{5}\right)^x \Rightarrow \frac{12-m}{5} > 1$$

$$\Rightarrow 12-m > 5 \Rightarrow m < 7$$

$$g(x) = \left(\frac{m+2}{m}\right)^x \Rightarrow \left(1+\frac{2}{m}\right)^x \Rightarrow 1+\frac{2}{m} > 1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{m} > 0 \Rightarrow m > 0$$

$$\bigcap \rightarrow m \in (0, 7) \quad (1)$$

از طرفی در سمت راست محور عرض ها، یعنی وقتی $x > 0$ ، نمودار تابع g از نمودار تابع f بالاتر است، پس داریم:

$$x > 0 \Rightarrow g(x) > f(x) \Rightarrow 1 + \frac{2}{m} > \frac{12-m}{5}$$

$$\xrightarrow{\times 5m} 5m + 10 > 12m - m^2$$

$$\Rightarrow m^2 - 7m + 10 > 0$$

اکنون نامعادله به دست آمده را حل می کنیم:

$$m^2 - 7m + 10 = 0 \Rightarrow (m-2)(m-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 5 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|ccc} m & 2 & 5 \\ \hline & + & - & + \end{array}$$

$$\Rightarrow m \in (-\infty, 2) \cup (5, +\infty) \quad (2)$$

حال داریم:

$$(1) \cap (2) \Rightarrow m \in (0, 2) \cup (5, 7)$$

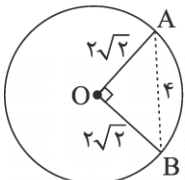
پس m می تواند دو مقدار صحیح $m = 1$ و $m = 6$ باشد که مجموع آنها برابر ۷ است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۶)

هندسه

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

در مثلث AOB داریم: $OA^2 + OB^2 = AB^2$ پس $\hat{O} = 90^\circ$.



$$S_{\triangle AOB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{(2\sqrt{2})(2\sqrt{2})}{2} = 4$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۳)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم $\hat{M} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{AB}}{2}$ ، پس داریم:

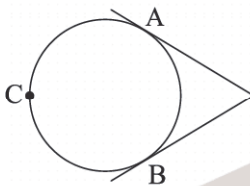
$$\widehat{AB} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{AB}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{ACB} = 3\widehat{AB}$$

$$\widehat{AB} + \widehat{ACB} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 4\widehat{AB} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ACB} = 270^\circ$$



(هندسه یازدهم، صفحه ۱۵)

۲۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$PT^2 = PF \times PE$$

$$(4x+3)^2 = (8x+1)(2x+3)$$

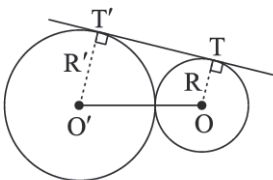
$$16x^2 + 24x + 9 = 16x^2 + 24x + 3 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

$$PT = 4x + 3 \xrightarrow{x=3} PT = 15$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۸)

۲۴. گزینه ۳ صحیح است.

نیازی برای به دست آوردن ریشه ها نیست و با توجه به معادله داریم:



$$\begin{cases} \text{جمع ریشه ها} = R + R' = -\frac{b}{a} = 11 \\ \text{ضرب ریشه ها} = RR' = \frac{c}{a} = 6 \end{cases}$$

طول مماس مشترک خارجی: $TT' = 2\sqrt{RR'} \Rightarrow TT' = 2\sqrt{6}$

$$S_{\triangle TTO'} = \frac{(R+R') \times TT'}{2} = \frac{11 \times 2\sqrt{6}}{2} = 11\sqrt{6}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۲)



مورد سوم: درست

مورد چهارم: نادرست، اگر زاویه دوران منفی باشد، دوران در جهت حرکت عقربه‌های ساعت است.

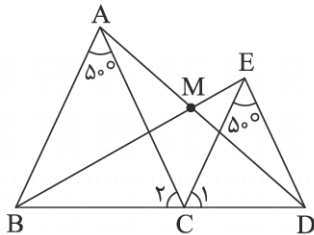
(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۲)

۲۹. گزینه ۴ صحیح است.

طبق فرض داریم:

$$\left. \begin{array}{l} CE = CD \\ \hat{E} = 50^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D} = 50^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 80^\circ$$

$\Rightarrow \hat{C}_2 = 80^\circ$ به طریق مشابه



نقطه E دوران یافته نقطه D به مرکز C و زاویه 80° است.

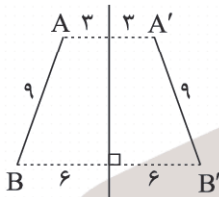
همچنین نقطه B دوران یافته نقطه A به مرکز C و زاویه 80° است.

پس پاره خط BE دوران یافته AD به مرکز C و زاویه 80° است.

می‌دانیم زاویه بین خط و تصویر با زاویه دوران برابر یا مکمل است، پس $\hat{AMB} = 80^\circ$.

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۰)

۳۰. گزینه ۴ صحیح است.



با توجه به شکل داریم:

$$AA' + BB' = AB + A'B'$$

پس چهارضلعی AA'B'B یک دوزنقه متساوی الساقین محیطی است و می‌دانیم مساحت این شکل برابر است با حاصل ضرب میانگین حسابی و هندسی قاعده‌ها:

$$S_{AA'B'B} = \frac{AA' + BB'}{2} \sqrt{AA' \times BB'} = \frac{6+12}{2} (\sqrt{6 \times 12}) = (9)(6\sqrt{2}) = 54\sqrt{2}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۵)

آمار و احتمال

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.

درست $(\sim p \Rightarrow p) \Rightarrow (\underbrace{q \vee \sim q}) \equiv T$:گزینه ۱

گزینه ۲: $[\sim q \wedge (p \vee q)] \Rightarrow p$

$$\equiv [(\sim q \wedge p) \vee (\sim q \wedge q)] \Rightarrow p$$

$$\equiv (\sim q \wedge p) \Rightarrow p \equiv \sim(\sim q \wedge p) \vee p \equiv (q \vee \sim p) \vee p$$

درست $T \vee q \equiv T$

گزینه ۳: $[(\sim p \vee p) \Rightarrow (\underbrace{q \wedge \sim q})] \Rightarrow r$

درست $(T \Rightarrow F) \Rightarrow r \equiv F \Rightarrow r \equiv T$

نامشخص $(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$:گزینه ۴

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۲۵. گزینه ۴ صحیح است.

طبق فرض داریم:

$$2P = 20 \Rightarrow P = 10$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{S}{10}, r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{S}{10-8} = \frac{S}{2}$$

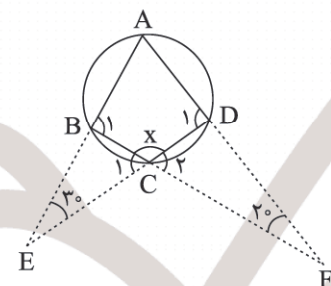
$$\Rightarrow \frac{r}{r_a} = \frac{10}{S} = \frac{1}{5}$$

بنابراین نسبت مساحت دایره‌ها $\frac{1}{25}$ است.

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

چهارضلعی ABCD محاطی است، پس: $\hat{B}_1 + \hat{D}_1 = 180^\circ$



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B}_1 \text{ زاویه خارجی برای} \\ \Delta BEC \end{array} \right. \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 + 30^\circ$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{D}_1 \text{ زاویه خارجی برای} \\ \Delta CDE \end{array} \right. \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_2 + 20^\circ$$

$$\xrightarrow{+} \hat{B}_1 + \hat{D}_1 = \hat{C}_1 + \hat{C}_2 + 50^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 130^\circ$$

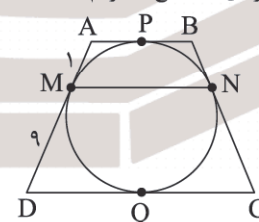
$$\xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{C}_2} \hat{C}_1 = 65^\circ$$

$$x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۷)

۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

در دوزنقه متساوی الساقین محیط بر دایره‌ای به شعاع r داریم:



$$2r = \sqrt{AB \cdot CD} \Rightarrow 6 = \sqrt{2CD} \Rightarrow CD = 18$$

$$AM = AP = \frac{AB}{2} = 1, MD = DQ = \frac{CD}{2} = 9$$

طبق تالس در دوزنقه ABCD، داریم:

$$MN = \frac{AM \cdot CD + MD \cdot AB}{AM + MD} = \frac{(1)(18) + (9)(2)}{10} = 3/6$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۹)

۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

مورد اول: نادرست، در حالت کلی، بازتاب شیب خط را حفظ نمی‌کند.

مورد دوم: نادرست، انتقال و دروان هر دو طولها هستند ولی فقط دوران

شیب خط را حفظ نمی‌کند.



۴۷. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا به کمک رابطه $C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}$ ، اندازه ظرفیت خازن را حساب می کنیم.

$$C = \frac{k\epsilon_0 A}{d} = \frac{1 \times 9 \times 10^{-12} \times 400 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-3}} = 9 \times 10^{-11} F$$

از طرفی برای محاسبه مقدار اختلاف پتانسیل میان دو صفحه داریم:

$$E \times d = |\Delta V| \Rightarrow |\Delta V| = 25 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-3} = 100 \text{ ولت}$$

اکنون با داشتن مقدار ظرفیت خازن و اختلاف پتانسیل دو سر آن،

مقدار انرژی ذخیره شده در خازن را به دست می آوریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-11} \times 10^4 = 4.5 \times 10^{-7} J = 0.45 \mu J$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۲۶ و ۳۲ تا ۴۰)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

هنگامی که $+4 \mu C$ بار الکتریکی را از صفحه منفی جدا می کنیم و به صفحه مثبت منتقل می کنیم، بار الکتریکی صفحه منفی، منفی تر و بار الکتریکی صفحه مثبت، مثبت تر خواهد شد. یعنی در مجموع اندازه بار الکتریکی خازن افزایش می یابد که در نتیجه باعث افزایش انرژی ذخیره شده در خازن خواهد شد.

می دانیم رابطه انرژی ذخیره شده در خازن با بار الکتریکی و ظرفیت آن

به صورت $U = \frac{q^2}{2C}$ می باشد که برای محاسبه q خواهیم داشت:

$$\Delta U = \frac{q_2^2 - q_1^2}{2C} \Rightarrow +8 = \frac{(q_1 + 4)^2 - q_1^2}{2 \times 12}$$

$$\Rightarrow 8 \times 24 = q_1^2 + 8q_1 + 16 - q_1^2 \xrightarrow{+8} 24 = q_1 + 2$$

$$\Rightarrow q_1 = 22 \mu C \Rightarrow q_2 = 2/2 \times 10^{-5} C$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۳۸ تا ۴۰ و ۴۴)

۴۹. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا انرژی ذخیره شده در خازن را به کمک رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ به دست می آوریم:

$$U = \frac{1}{2} \times (600 \times 10^{-6} F) \times (100 V)^2 = 3 J$$

سپس از رابطه $P_{av} = \frac{U}{\Delta t}$ ، توان متوسط خروجی فلاش را به دست

$$P_{av} = \frac{3 J}{2 \times 10^{-3}} = 1500 W = 1.5 kW \text{ می آوریم:}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۳۸ تا ۴۰)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به متن کتاب درسی موارد (الف) و (ب) نادرست می باشند.

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۴۶ تا ۴۴)

۵۱. گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم آمپر ساعت یک باتری همان q و مقدار بار الکتریکی است که می تواند به طور ایمن در مدار تخلیه کند.

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = I_{av} \cdot \Delta t \Rightarrow 11 Ah = (220 \times 10^{-3} A) \times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = 5 h = 5 \times 60 = 300 min$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۴۶ تا ۴۸)

سپس میدان های E_1 و E_2 را به دست می آوریم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{900 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6}}{900 \times 3 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^5 \frac{N}{C} \end{cases}$$

$$E_t = \sqrt{(4 \times 10^5)^2 + (2 \times 10^5)^2} \Rightarrow E_t = 2\sqrt{5} \times 10^5 \frac{N}{C}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۶)

۴۴. گزینه ۳ صحیح است.

همانطور که می دانیم مطابق رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ میدان الکتریکی بار q متناسب با عکس مجذور فاصله از آن است، پس می توان نوشت:

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{1000 \times 10^{-3}}{8100 \times 10^{-3}} = \left(\frac{r+10}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{10}{9} = \frac{r+10}{r}$$

$$\Rightarrow 10r = 9r + 90 \Rightarrow r = 90 cm \Rightarrow E_1 = \frac{k|q|}{r^2}$$

$$\Rightarrow 10^3 \times 10^3 = \frac{9 \times 10^9 \times |q|}{8100 \times 10^{-4}} \Rightarrow |q| = 9 \times 10^{-5} C$$

اکنون به کمک قانون کولن نیروی الکتریکی را میان دو ذره باردار حساب می کنیم:

$$q_1 = 4q = 36 \times 10^{-5} C, |q_2| = 90 \times 10^{-5} C$$

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 36 \times 10^{-5} \times 90 \times 10^{-5}}{3600 \times 10^{-4}} = 8100 N$$

$$= 8.1 \times 10^3 N$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۶)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا نیروهایی که بر ذره باردار اثر می گذارند را حساب می کنیم و سپس با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی می نویسیم:

$$\begin{aligned} W_t = \Delta K &\Rightarrow W_{FE} + W_{mg} = K_f - K_i \\ &\Rightarrow F_E \cdot d \cdot \cos \theta + mgd \cos \theta = 0 - \frac{1}{2} mv_f^2 \\ 50 \times 15 \times 10^{-6} \times d \times (-1) + 300 \times 10^{-6} \times 10 \times d \times (-1) \\ &= -\frac{1}{2} \times 300 \times 10^{-6} \times (5)^2 \\ &\xrightarrow{\div (-15 \times 10^{-6})} 5d + 20d = 25 \Rightarrow d = 1 m = 100 cm \end{aligned}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۲۱ تا ۲۷)

۴۶. گزینه ۴ صحیح است.

همانطور که از کتاب درسی فرا گرفتیم، هنگامی که یک گوی رسانای خنثی در میدان الکتریکی خارجی قرار می گیرد، میدان الکتریکی خارجی باعث جدا شدن بارهای مثبت و منفی در دو وجه رسانا شده است، به طوری که میدان حاصل از این بارها، میدان خارجی در داخل رسانا را خنثی می کند.

پس میدان الکتریکی درون گوی رسانا صفر و از سمت بار مثبت خارج و به سمت بار منفی وارد می شود.



(فیزیک یازدهم، صفحه های ۲۷ تا ۲۹)



کاری که منبع نیروی محرکه الکتریکی روی واحد بار الکتریکی مثبت انجام می‌دهد تا آن را از پایانه با پتانسیل کمتر به پایانه با پتانسیل بیشتر برده، اصطلاحاً نیروی محرکه الکتریکی نامیده می‌شود، پس خواهیم داشت:

$$\varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{9 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-9}} = 45 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 45 \text{ V}$$

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{45}{28.5 + 1.5} = \frac{45}{30} = 1.5 \text{ A}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا اعداد داده شده در نمودار شکل (الف) را در معادله $V = \varepsilon - Ir$ که بیانگر اختلاف پتانسیل دو سر باتری (مولد) است، قرار می‌دهیم.

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 8 = \varepsilon - 4r$$

سپس به کمک رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ ، مقادیر مطرح شده در مدار شکل (ب) را در رابطه جایگذاری می‌کنیم:

$$28 = \frac{\varepsilon}{6+r} \Rightarrow \varepsilon = 12 + 2r \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} \varepsilon - 4r = 8 \\ \varepsilon - 2r = 12 \end{cases} \Rightarrow -2r = -4 \Rightarrow r = 2 \Omega, \varepsilon = 16 \text{ V}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۵)

۵۸. گزینه ۱ صحیح است.

توجه کنید که خازن همچنان به باتری (مولد) متصل است، پس اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن تغییری نمی‌کند و ثابت است و با افزایش فاصله بین دو صفحه خازن، میدان الکتریکی کاهش می‌یابد، $(\downarrow E = \frac{V}{d \uparrow})$ ظرفیت خازن نیز کاهش می‌یابد و نصف می‌شود

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d} \xrightarrow{d'=2d} C' = \frac{1}{2} C$$

شده روی صفحات خازن کاهش می‌یابد. $(\downarrow q = \downarrow CV)$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۵۹. گزینه ۴ صحیح است.

مطابق با متن کتاب درسی هر سه گزاره درست است.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۷)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت رنوستا و همچنین اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد.

$$V = IR \Rightarrow V = \frac{\varepsilon}{R+r} R \Rightarrow 36 = \frac{\varepsilon}{18+2} \times 18$$

$$\varepsilon = 40 \text{ V}$$

در حالت دوم:

$$38 = \frac{40}{R'+2} \times R' \Rightarrow 40R' = 38R' + 76 \Rightarrow 2R' = 76 \Rightarrow R' = 38 \Omega$$

باید مقاومت رنوستا 2Ω افزایش یابد.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵۷ و ۶۵)

۶۱. گزینه ۴ صحیح است.

چون بار الکتریکی و چگالی سطحی کره‌ها یکسان است، پس کره‌ها هم‌اندازه‌اند.

اگر بار هر قطره کوچک را q ، چگالی سطحی آن را σ بنامیم و حجم آن را V فرض کنیم، داریم:

$$V' = 64V \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R'^3 = 64 \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \right) \Rightarrow R' = 4R$$

$$q' = 64q$$

۵۲. گزینه ۳ صحیح است.

مطابق با قانون اهم داریم:

$$R = \frac{\Delta V}{I} \Rightarrow [R] = \frac{[\Delta V]}{[I]} = \frac{\text{ولت}}{\text{آمپر}}$$

و از رابطه $\Delta U = q \Delta V$ می‌توانیم به یکای فرعی ولت برسیم:

$$[\Delta U] = [q] \cdot [\Delta V] \Rightarrow [\Delta V] = \frac{J}{C} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$$

$$\Rightarrow [R] = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2}}{\text{A}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه ۴۹)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا به کمک رابطه $\Delta q = \Delta n \cdot e$ ، اندازه بار الکتریکی را حساب می‌کنیم.

$$\Rightarrow |\Delta q| = 10^{22} \times 1.6 \times 10^{-19} = 1600 \text{ C}$$

سپس مقدار جریان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$I_{av} = \frac{|\Delta q|}{\Delta t} = \frac{1600}{32} = 50 \text{ A}$$

اکنون به کمک قانون اهم، مقدار مقاومت الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{\Delta V}{I} \Rightarrow R = \frac{300}{50} = 6 \Omega$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به فرض مسئله:

$$\rho_B = \frac{1}{6} \rho_A \Rightarrow \frac{m_B}{V_B} = \frac{1}{6} \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow \frac{\frac{5}{3} m_A}{V_B} = \frac{1}{6} \frac{m_A}{V_A}$$

$$\Rightarrow V_B = 10 V_A$$

$$\Rightarrow A_B L_B = 10 A_A L_A \Rightarrow A_B \times L_B = 10 A_A \times \frac{L_B}{2}$$

$$\Rightarrow A_B = 5 A_A$$

مقاومت دو سیم برابر است:

$$R_A = R_B \Rightarrow \rho_A \frac{L_A}{A_A} = \rho_B \frac{L_B}{A_B} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{A_B L_A}{A_A L_B} = 5 \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = 2.5$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۵۵. گزینه ۳ صحیح است.

هنگامی که سیم را به ۴ قطعه مساوی تقسیم می‌کنیم، جنس آن تغییر نمی‌کند، بلکه طول رسانا $\frac{1}{4}$ برابر شده $(L' = \frac{1}{4} L)$ و وقتی به هم می‌تابانیم سطح مقطع آن ۴ برابر می‌شود $(A' = 4A)$ پس مطابق رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ ، مقاومت الکتریکی آن $\frac{1}{16}$ برابر خواهد شد.

$$\frac{R'}{R} = \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۵۶. گزینه ۱ صحیح است.

مطابق با متن کتاب درسی داریم:

منبع نیروی محرکه (مولد) هنگام عبور بار Δq از منبع کاری به اندازه ΔW روی آن انجام می‌دهد تا آن را در مدار الکتریکی به حرکت درآورد.



شیمی

۶۶. گزینه ۲ صحیح است.

اسکاندیم (^{21}Sc)، نخستین فلز واسطه در جدول دوره‌ای است که در وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد. کاتیون این فلز در ترکیب‌هایش، ۳ بار مثبت دارد و آرایش الکترونی آن مشابه گاز نجیب آرگون است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از نیمه رساناها ساخته می‌شوند و چهارمین عنصر دوره سوم جدول تناوبی نیز، شبه فلز Si است.

(۳) درست

(۴) در دوره سوم جدول تناوبی، بیشترین اختلاف شعاع اتمی میان عناصر Na (واکنش‌پذیرترین فلز) و Cl (واکنش‌پذیرترین نافلز) وجود دارد. (شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲، ۶، ۸، ۱۳ و ۱۶)

۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

در بازه دمایی -۱۵°C تا ۵۰°C سانتی‌گراد، هالوژن‌های فلوئور و کلر می‌توانند با گاز هیدروژن واکنش دهند در حالی که در بازه دمایی ۰°C تا ۲۱۰°C سانتی‌گراد، افزون بر فلوئور و کلر، برم نیز می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) شعاع اتمی در هر دوره از چپ به راست کاهش و در هر گروه از جدول تناوبی از بالا به پایین افزایش می‌یابد.

(۳) مقایسه واکنش‌پذیری این ۳ فلز به صورت: $\text{Li} < \text{Na} < \text{K}$ است، در نتیجه مقایسه انرژی نور حاصل از واکنش این ۳ فلز با گاز کلر نیز به صورت $\text{Li} < \text{Na} < \text{K}$ است. دقت کنید که طول موج نور با انرژی آن رابطه معکوس دارد.

(۴) در عناصر نافلزی یک گروه از جدول تناوبی، از پایین به بالا، خاصیت نافلزی و واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اطلاعات داده شده می‌توان بازده واکنش را محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} \text{atom} = 20 \text{ LH}_2 \times \frac{70 \text{ g H}_2}{1 \text{ LH}_2} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4}{2 \text{ mol H}_2} \\ \times \frac{6 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4} \times \frac{60 \times 10^{-23} \text{ atom}}{1 \text{ mol atom}} \times \frac{R}{100} = 36.12 \times 10^{-22} \\ \Rightarrow R = 7.25 \end{aligned}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به جرم Si تولیدی، جرم هر یک از واکنش‌دهنده‌های مصرفی را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \text{g SiO}_2 = 70 \text{ g Si} \times \frac{100}{50} \times \frac{1 \text{ mol Si}}{28 \text{ g Si}} \times \frac{1 \text{ mol SiO}_2}{1 \text{ mol Si}} \\ \times \frac{60 \text{ g SiO}_2}{1 \text{ mol SiO}_2} = 300 \text{ g SiO}_2 \\ \text{g C} = 70 \text{ g Si} \times \frac{100}{50} \times \frac{1 \text{ mol Si}}{28 \text{ g Si}} \times \frac{2 \text{ mol C}}{1 \text{ mol Si}} \\ \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} = 120 \text{ g C} \end{aligned}$$

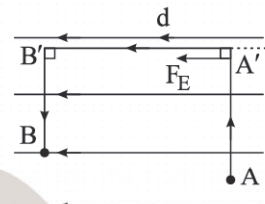
پس با توجه به رابطه $\sigma = \frac{q}{A}$ و $A_{\text{کر}} = 4\pi R^2$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{Q'}{Q} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{Q'}{Q} \times \left(\frac{R}{R'}\right)^2 \Rightarrow \sigma' = 64 \times \frac{1}{16} \times \left(1 \frac{\mu\text{C}}{\text{cm}^2}\right) \\ \Rightarrow \sigma' = 4 \times 10^{-2} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۶۲. گزینه ۲ صحیح است.

برای محاسبه مقدار تغییرات انرژی پتانسیل ابتدا کار نیروی الکتریکی را باید حساب کنیم. رعایت این موضوع که وقتی عمود بر خطوط میدان الکتریکی حرکت می‌کنیم کاری توسط میدان الکتریکی صورت نمی‌گیرد لازم است، پس داریم:



$$\begin{aligned} \Delta U_{AB} = -W_{EAB} = -W_{EAA'} + (-W_{A'B'}) + (-W_{EBB'}) \\ \downarrow (F_E \parallel d, \hat{\theta} = 0^\circ) \\ = -E |q| (A'B') \end{aligned}$$

$$\Delta U_{AB} = -20 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-6} \times 0.5 \Rightarrow \Delta U_{AB} = -0.1 \text{ J}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به متن کتاب درسی داریم که LEDها یا همان دیودهای نور گسیل یکی از معروف‌ترین انواع دیودها هستند.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵۲ تا ۶۰)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا به کمک رابطه $\Delta R = R_1 \alpha \Delta T$ ، ضریب دمایی سیم را به دست می‌آوریم:

$$4 \Omega = (18 \Omega) \times \alpha \times 40 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{18} ^{\circ}\text{C}^{-1}$$

اکنون می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} (15-18) = 18 \times \frac{1}{18} \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = -3^{\circ}\text{C} \\ \Rightarrow T_f = \Delta T + T_i = -3^{\circ}\text{C} + 20^{\circ}\text{C} = -1^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

در این گونه از مدارهای الکتریکی ابتدا به کمک رابطه $I = \frac{\mathcal{E}_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}} + r_{\text{کل}}}$ مقدار جریان الکتریکی و جهت جریان الکتریکی را پیدا می‌کنیم.

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - (\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3)}{R + r_1 + r_2 + r_3} \Rightarrow I = \frac{14 - (2 + 4)}{8 + 5 + 1 + 2 + 0.5} = \frac{7}{16.5} = \frac{2}{3} \text{ A}$$

$\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3$ است، پس جریان الکتریکی در مدار پادساعتگرد می‌باشد. اکنون اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{aligned} V_B - IR = V_A \Rightarrow V_B - V_A = IR = \frac{2}{3} \times 8.5 \Rightarrow V_B - V_A = \frac{17}{3} \\ \Delta U_{AB} = U_B - U_A = (V_B - V_A)q \\ \Rightarrow U_B - U_A = \frac{17}{3} (-3) = -17 \mu\text{J} \end{aligned}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۳، ۲۴ و ۶۱ تا ۶۶)

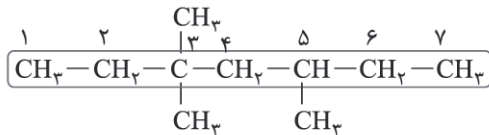


۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های اول و دوم صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: ساختار گسترده هیدروکربن داده شده به صورت زیر است:



عبارت دوم: هگزان (C_6H_{14}) مایعی بی‌رنگ است و کاتالیزگر واکنش هیدروژن‌دار شدن C_6H_{12} ، فلز Ni است.

عبارت سوم: از آلکان‌های مایع می‌توان برای حفاظت از فلزها در برابر خوردگی استفاده کرد، زیرا آلکان‌ها به دلیل ناقطبی بودن در آب نامحلول‌اند.

عبارت چهارم: فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت C_7H_{12} و فرمول مولکولی ۳-اتیل پنتان به صورت C_7H_{16} است. بنابراین می‌توان دریافت درصد جرمی کربن در این دو ترکیب برابر نیست.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۵۰)

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) اتین (C_2H_2) در جوشکاری فلزها کاربرد دارد. دقت کنید اتین تنها هیدروکربنی نیست که در آن شمار اتم‌های C و H برابرند، به عنوان مثال بنزن (C_6H_6) نیز این ویژگی را دارد.

(ت) در چهار عضو نخست آلکان‌ها (متان، اتان، پروپان و بوتان)، پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند، وجود ندارد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۷، ۴۱ و ۴۲)

۷۶. گزینه ۱ صحیح است.

شمار پیوندهای اشتراکی C-H در آلکان‌ها با شمار اتم‌های هیدروژن در آنها برابر است. در نتیجه فرمول مولکولی آلکان موردنظر C_5H_{12} است و معادله موازنه شده سوختن کامل آن به صورت زیر است:



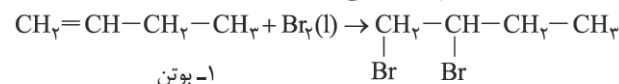
دقت کنید در شرایط STP، H_2O تولیدی گاز نیست. با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{aligned} ? \text{ L CO}_2 &= 144 \text{ g C}_5\text{H}_{12} \times \frac{1 \text{ mol C}_5\text{H}_{12}}{72 \text{ g C}_5\text{H}_{12}} \times \frac{5 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_5\text{H}_{12}} \\ &\times \frac{22.4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 168 \text{ L CO}_2 \Rightarrow p = 75\% \end{aligned}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵، ۳۳ و ۳۴)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به معادله واکنش زیر، در اثر واکنش ۱-بوتن با برم، فرآورده ۱، ۲-دی برم بوتان حاصل می‌شود.



۱-بوتن

۲-دی برم بوتان

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) با توجه به معادله واکنش بالا، نسبت مولی واکنش‌دهنده‌های مصرفی در این واکنش برابر ۱ است.

(۳) در ساختار فرآورده حاصل و سوخت فندک (بوتان - C_4H_{10})، ۱۳ پیوند اشتراکی وجود دارد.

(۴) درست

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۶، ۴۰ و ۴۱)

بنابراین مجموع جرم واکنش‌دهنده‌های مصرفی برابر است با:

$$42 \text{ g} = 300 + 120 = 420 \text{ g}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۷۰. گزینه ۳ صحیح است.

نماد B مربوط به فلوئور است که حتی در دمای -200°C درجه سلسیوس با سرعت با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. بنابراین این واکنش در دمای اتاق نیز به سرعت انجام می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نادرست، در بررسی شعاع عناصر در یک تناوب اختلاف شعاع بین عناصر فلزی بیشتر است.

(۲) نادرست، نماد W مربوط به عنصر Si است که عنصر نیمه‌رساناست و نماد H مربوط به فسفر است که نافلز است و رسانایی ندارد.

(۴) نادرست، تمایل گرفتن e^- در H که مربوط به عنصر فسفر است، از G که مربوط به عنصر کلر است، کمتر است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۱. گزینه ۴ صحیح است.

(۱) نادرست، آهن اغلب در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود.

(۲) نادرست، محلول مس (II) سولفات را نمی‌توان در ظرفی از جنس آهن نگهداری کرد، زیرا واکنش‌پذیری آهن از مس بیشتر است.

(۳) نادرست، بازده درصدی کمیتی است که برای محاسبه مقدار واقعی فرآورده در یک واکنش استفاده می‌شود.

(۴) درست

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.



$$? \text{ g SO}_3 = 114 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{20 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3}{100 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{342 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{3 \text{ mol SO}_3}{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{80 \text{ g SO}_3}{1 \text{ mol SO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{342 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{3 \text{ mol SO}_3}{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{80 \text{ g SO}_3}{1 \text{ mol SO}_3} = 1/6 \text{ مقدار نظری}$$

$$\text{مقدار عملی} = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{بازده درصدی}} \times 100 = \frac{1}{1/6} \times 100 = 62/5$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

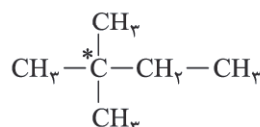
گریس دارای فرمول تقریبی $\text{C}_{18}\text{H}_{38}$ و وازلین دارای فرمول تقریبی $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$ است. در آلکان‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، نیروی بین مولکولی، نقطه جوش و گرانیوی برخلاف فراریت افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست

(۲) عنصر اصلی سازنده نفت خام، کربن است.

(۳) به عنوان مثال در ساختار زیر، اتم کربن ستاره‌دار را در نظر بگیرید، که دو شاخه فرعی به آن متصل است.



(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)



۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

فرمول مولکولی نفتالن $C_{10}H_8$ و فرمول مولکولی ۲، ۳- دی متیل هگزان به صورت C_8H_{18} است.
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نخستین عضو خانواده آلکان‌ها (CH_4) دارای ۵ اتم است و پنتان (C_5H_{12}) نخستین آلکان راست زنجیری است که در دما و فشار اتاق حالت فیزیکی مایع دارد.

(۲) اتن (C_2H_4) به عنوان عمل آورنده در کشاورزی به کار می‌رود و اتین (C_2H_2) نیز ساده‌ترین عضو خانواده آلکین‌ها است.

(۴) بنزن (C_6H_6) سرگروه ترکیبات آروماتیک است و سیکلو هگزان دارای فرمول مولکولی C_6H_{12} می‌باشد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۳، ۳۶، ۴۰، ۴۲ و ۴۳)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

نفتالن با فرمول مولکولی $C_{10}H_8$ دارای جرم مولی 128 g.mol^{-1} است. فرمول مولکولی عمومی آلکان‌ها به صورت C_nH_{2n+2} است.

$$12n + 2n + 2 = 128 \Rightarrow n = 9$$

سوخت هواپیما به طور عمده از نفت سفید که شامل آلکان‌هایی با ده تا پانزده اتم کربن است، تهیه می‌شود.

بررسی گزینه ۴: به منظور بهبود کارایی زغال سنگ، گوگرد دی اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها را مطابق معادله واکنش زیر با عبور از روی کلسیم اکسید به دام می‌اندازد.



(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۸۰. گزینه ۲ صحیح است.

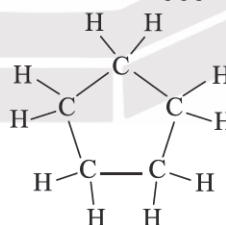
عبارت‌های (ب) و (پ) صحیح هستند.
در ساختار آلکان‌ها و سیکلو آلکان‌ها همه پیوندهای اشتراکی موجود یگانه هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) تنها هیدروکربن سیرشده دارای ۲ اتم کربن، اتان (C_2H_6) است که همپار اتن (C_2H_4) به شمار نمی‌رود. دقت کنید سیکلو آلکان‌ها و آلکن‌های هم کربن فرمول مولکولی یکسان و ساختار متفاوت دارند و از این رو، (همپار) ایزومر یکدیگر محسوب می‌شوند.

(ب) درست

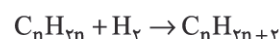
(پ) هیدروکربن موردنظر سیکلوپنتان با ساختار زیر است:



(ت) برای فرمول مولکولی‌های CH_4 ، C_2H_6 و C_2H_8 نمی‌توان ساختار شاخه‌دار در نظر گرفت.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۳، ۳۴، ۴۰ و ۴۳)

۸۱. گزینه ۲ صحیح است.



$$\frac{\text{هیدروژن جذب شده}}{\text{تعداد هیدروژن‌های آلکین}} = \frac{2}{100} \Rightarrow \frac{2}{2n} = \frac{25}{100} \Rightarrow 25n = 100$$

$$\Rightarrow n = 4 \Rightarrow C_4H_8$$

(شیمی یازدهم، صفحه ۴۰)

۸۲. گزینه ۳ صحیح است.

میانگین تندی مولکول‌های آب درون دو ظرف را دمای آنها نشان می‌دهد. از آنجا که دمای دو ظرف برابر است بنابراین میانگین تندی ذرات دو ظرف برابر است.

(شیمی یازدهم، صفحه ۵۷)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

از آنجا که گرمای بیشتری در واکنش (II) آزاد شده است، بنابراین تفاوت انرژی پتانسیل واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها در این حالت بیشتر از واکنش (I) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) گرمای یک واکنش در دما و فشار ثابت به نوع و مقدار واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها و حالت فیزیکی آنها وابسته است.

(۲)

$$? \text{ kJ} = 2/4 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{393/5 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}} \approx 79 \text{ kJ}$$

(۳) پایداری گرافیت بیشتر از الماس است.

(شیمی یازدهم، صفحه ۶۴)

۸۴. گزینه ۲ صحیح است.

شیمی‌دان‌ها گرمای جذب شده در هر واکنش شیمیایی را به طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش دهنده و فراورده می‌دانند.

(شیمی یازدهم، صفحه ۶۳)

۸۵. گزینه ۲ صحیح است.

در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی فراورده‌ها از واکنش دهنده‌ها کمتر بوده و این فرایندها با آزادسازی انرژی همراه هستند. اگر در یک واکنش گرماده، تغییر دما وجود داشته باشد، $\Delta\theta < 0$ است، اما دقت کنید که در برخی از واکنش‌های گرماده مانند اکسایش گلوکز در بدن، $\Delta\theta = 0$ است و واکنش در دمای ثابت انجام می‌شود.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۵۷، ۵۸، ۶۱ تا ۶۳)